



Resumen de Probabilidad

1. INTRODUCCIÓN A LOS EXPERIMENTOS ALEATORIOS

Un experimento aleatorio (E.A.) es un proceso en el cual interviene el azar. Así, antes de realizar un experimento aleatorio no se conoce cuál va a ser el resultado, depende del azar.

El espacio muestral (E.M.) de un experimento aleatorio, que habitualmente se denota por E , es el conjunto formado por todos los resultados de dicho experimento aleatorio.

Un experimento aleatorio compuesto es un experimento aleatorio formado por experimentos aleatorios independientes unos de los otros.

2. SUCESOS

Un suceso es un subconjunto A de E , o sea, $A \subseteq E$.

Los sucesos se denotan por letras mayúsculas: A, B, C, D, \dots

El espacio de sucesos es el conjunto formado por todos los sucesos del E.A., esto es, el conjunto de todos los subconjuntos de E , que se denota $\mathbb{P}(E)$.

Todo experimento aleatorio tiene dos sucesos, \emptyset , que se llama suceso imposible, y el propio E , que se denomina suceso seguro.

Los sucesos elementales son aquellos sucesos formados por un único elemento, o sea, los de la forma $\{a\}$, donde $a \in E$.

Supongamos que una vez realizado un E.A. se ha obtenido el resultado r . Entonces diremos que un suceso A se ha dado si $r \in A$, y diremos que dicho suceso no se ha dado si $r \notin A$.

3. OPERACIONES CON SUCESOS

Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio con espacio muestral E :

Se define $A \cup B = \{x \in E \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$, y este suceso se lee "A o B".

Se define $A \cap B = \{x \in E \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$, y este suceso se lee "A y B".

Se define $A \setminus B = \{x \in E \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$, y este suceso se lee "A menos B".

Se define $\bar{A} = \{x \in E \mid x \notin A\}$, y este suceso se denomina suceso complementario de A.

Claramente, $\bar{\bar{A}} = A$.

Se dice que dos sucesos A y B son incompatibles si $A \cap B = \emptyset$. Claramente, A y B son incompatibles si no pueden ocurrir a la vez.

4. DEFINICIÓN DE PROBABILIDAD Y PROPIEDADES

Si consideramos un E.A. con e.m. E , se define probabilidad como una aplicación:

$$\begin{aligned} p: \mathbb{P}(E) &\longrightarrow [0, 1] \\ A &\longmapsto p(A) \end{aligned}$$

que satisface:

i) $p(E) = 1$

ii) Si A y B son sucesos incompatibles entonces $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

Se satisfacen las siguientes propiedades:

1. Si A, B son sucesos y $A \subseteq B$ entonces $p(B \setminus A) = p(B) - p(A)$
2. Si A es un suceso, $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$.
3. $p(\emptyset) = 0$

5. REGLA DE LAPLACE

Consideremos un experimento aleatorio donde todos los resultados son equiprobables. Entonces, si A es un suceso:

$$p(A) = \frac{|A|}{|E|},$$

donde $|A|$ y $|E|$ son el número de elementos de A y E , respectivamente.

La fracción $\frac{|A|}{|E|}$ se lee “casos favorables partido de casos posibles”.

6. PROBABILIDAD DE LA UNIÓN Y DE LA INTERSECCIÓN

Si A y B son sucesos de un experimento aleatorio entonces:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B).$$