



Resumen de números naturales

Antes de empezar, te aconsejamos que estés muy atento a los primeros vídeos de este tema, ya que en ellos recopilamos los elementos más importantes correspondientes a los números naturales. Muchos de ellos ya los conoces, por lo que te servirán de repaso.

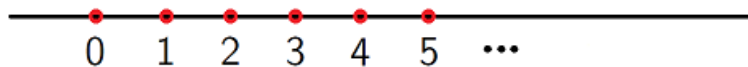
Las matemáticas no se reducen a realizar operaciones y ejercicios, también hay que entender bien cada elemento que interviene, esto te hará mejorar muchísimo en matemáticas. Este será el objetivo de estos primeros vídeos, ten paciencia que pronto llegarán vídeos más prácticos. Posteriormente en los ejercicios podrás trabajar los conceptos aquí introducidos.

1. LOS NÚMEROS NATURALES Y SU REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Los números naturales son aquellos que te permiten contar y ordenar: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., ya sabes que estos siguen indefinidamente y no terminan nunca, hay infinitos números naturales.

El conjunto de los números naturales se denota por \mathbb{N} .

Los números naturales pueden representarse gráficamente en una recta. Para ello, dibujamos una recta, en la parte derecha ponemos el 0, y a partir de ahí vamos incluyendo de forma ordenada y de izquierda a derecha el 1, 2, 3, 4, 5, ...



2. OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

En educación primaria hemos aprendido las operaciones de números naturales: suma, resta, multiplicación o producto y división.

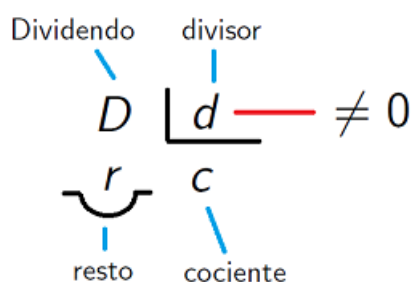
La suma se denota por $+$, y si tenemos dos números a y b , al sumar estos obtenemos un resultado, $a + b$. Diremos que a y b son los sumandos.

La resta se denota por $-$, pero mucha atención, si tenemos dos números naturales a y b , para poder restarlos y obtener como resultado un número natural, se tiene que cumplir que $a \geq b$.

La multiplicación de dos números naturales siempre se puede realizar. En primaria denotábamos esta por \times , en secundaria usaremos \cdot . A los números que intervienen en una multiplicación se les llama factores.

Finalmente, la división también presenta restricciones. La primera, no podemos dividir por cero. Además, al contrario que en la suma, resta o multiplicación, donde al realizarlas obteníamos un resultado, en la división obtenemos dos valores: cociente y resto. Esto es consecuencia de que la división podría ser no exacta.

Así, si dividimos un número natural D , que llamamos dividendo, por un número natural d , el divisor, que es distinto de cero, obtenemos el cociente c , y el resto r .



teniendo que $D = d \cdot c + r$ y $r < d$.

En el caso de que $r = 0$, se dice que la división es exacta.

3. PROPIEDADES DE LA SUMA DE NÚMEROS NATURALES

La suma de números naturales satisface las siguientes propiedades:

1. Propiedad conmutativa. El orden de los sumandos no altera la suma.

Si $a, b \in \mathbb{N}$ entonces $a + b = b + a$.

2. Propiedad asociativa.

Si $a, b, c \in \mathbb{N}$ entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Como consecuencia de la propiedad asociativa, si tenemos una suma de tres o más sumandos, podemos omitir los paréntesis.

3. Elemento neutro.

El 0 es el elemento neutro de la suma de números naturales ya que al sumar este con cualquier número se obtiene este número, esto es, si $a \in \mathbb{N}$ se cumple que $a + 0 = a$ y $0 + a = a$.

4. PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

La multiplicación o producto de números naturales satisface las siguientes propiedades:

1. Propiedad conmutativa. El orden de los factores no altera el producto.

Si $a, b \in \mathbb{N}$ entonces $a \cdot b = b \cdot a$.

2. Propiedad asociativa.

Si $a, b, c \in \mathbb{N}$ entonces $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Como consecuencia de la propiedad asociativa, si tenemos un producto de tres o más factores, podemos omitir los paréntesis.

3. Elemento neutro.

El 1 es el elemento neutro del producto de números naturales ya que al multiplicar este con cualquier número se obtiene este número, esto es, si $a \in \mathbb{N}$ se cumple que $a \cdot 1 = a$ y $1 \cdot a = a$.

Finalmente, se satisface una propiedad que involucra al producto y la suma:

4. Propiedad distributiva.

Si $a, b, c \in \mathbb{N}$ entonces $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

Al aplicar esta propiedad de derecha a izquierda, se dice que estamos sacando factor común.

5. EMPEZAMOS CON LAS OPERACIONES COMBINADAS

Cuando tenemos operaciones combinadas de números naturales, primero se realizan los paréntesis y corchetes.

Para ahorrar paréntesis, se establece una prioridad a la hora de realizar operaciones combinadas:

1. Multiplicaciones y divisiones.
2. Sumas y restas.

6. POTENCIAS DE NÚMEROS NATURALES

Si a y n son números naturales, $n \geq 2$ entonces

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

Diremos que a es la base y n es el exponente.

Se define $a^1 = a$ y $a^0 = 1$.

7. PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS DE NÚMEROS NATURALES

Supongamos que a, b, n, m son números naturales. Entonces, se cumplen las siguientes propiedades siempre que las expresiones dadas tengan sentido:

1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.
2. $a^n : a^m = a^{n-m}$.
3. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.
5. $(a : b)^n = a^n : b^n$.

8. RAÍCES CUADRADAS DE NÚMEROS NATURALES

Dado un número natural a se define la raíz cuadrada de a , que se denota por \sqrt{a} , como un número b tal que $b^2 = a$.

En ocasiones no se obtiene un número natural como resultado de la raíz cuadrada de un número natural. Entonces diremos que la raíz cuadrada no es exacta. En este caso, obtenemos una aproximación por defecto de la raíz cuadrada, el mayor número natural tal que su cuadrado no excede al valor inicial, que se conoce como la raíz cuadrada entera, y un resto. Así, si al calcular \sqrt{a} se obtiene que la raíz cuadrada entera de a es b y el resto es r , entonces se tiene que $a = b^2 + r$.

9. MÁS OPERACIONES COMBINADAS

Si en una expresión con operaciones combinadas aparecen potencias y raíces, estas se realizarán antes que el resto de operaciones aritméticas. Así, en primer lugar realizaremos los paréntesis y corchetes, y en cuanto a la jerarquía de operaciones tendremos:

1. Potencias y raíces.
2. Multiplicaciones y divisiones.
3. Sumas y restas.