



Fracciones algebraicas

1. INTRODUCCIÓN A LAS FRACCIONES ALGEBRAICAS

Una fracción algebraica es una fracción $\frac{p(x)}{q(x)}$, donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios, $q(x) \neq 0$. Diremos que $p(x)$ es su numerador, y $q(x)$ su denominador.

Los polinomios son fracciones algebraicas, ya que si $p(x)$ es un polinomio, $p(x) = \frac{p(x)}{1}$.

Dadas dos fracciones algebraicas $\frac{p(x)}{q(x)}$ y $\frac{r(x)}{s(x)}$, diremos que estas son equivalentes si al multiplicar en cruz obtenemos el mismo resultado, esto es:

$$p(x) \cdot s(x) = q(x) \cdot r(x).$$

A partir de ahora, cuando trabajemos con fracciones algebraicas, consideraremos a dos fracciones algebraicas equivalentes como iguales.

Así, si $\frac{p(x)}{q(x)}$ y $\frac{r(x)}{s(x)}$ son fracciones algebraicas equivalentes, escribiremos $\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{r(x)}{s(x)}$.

Si multiplicamos el numerador y el denominador de una fracción algebraica por un polinomio no nulo, obtenemos una fracción algebraica equivalente.

2. SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Dado que dos fracciones algebraicas equivalentes se consideran iguales, de entre todas las fracciones equivalentes entre sí, consideraremos aquellas cuyos grados del numerador y del denominador sean los menores posibles. Diremos que estas son fracciones irreducibles. Las fracciones irreducibles son aquellas cuyo numerador y denominador no poseen factores irreducibles comunes.

El proceso de simplificación de una fracción algebraica consiste en obtener una fracción irreducible equivalente a esta.

Para simplificar una fracción algebraica iremos eliminando uno a uno los factores irreducibles comunes del numerador y denominador de dicha fracción algebraica.

3. SUMA Y RESTA DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Al sumar o restar fracciones algebraicas con el mismo denominador, obtenemos una fracción algebraica cuyo denominador es el denominador común de las fracciones, y el numerador es la suma o resta, según corresponda, de los numeradores de las fracciones.

Para sumar o restar fracciones algebraicas que presentan distinto denominador, tendremos que reducir estas a común denominador. Este denominador común será el mínimo común múltiplo de los denominadores de las fracciones que operamos.

Para obtener las fracciones equivalentes a las dadas de forma que todas ellas tengan el mismo denominador, usaremos el mismo procedimiento que seguíamos para la suma o resta de fracciones de números.

4. UN EJEMPLO MÁS SOBRE SUMAS Y RESTAS DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Presentamos un ejemplo de una operación donde aparecen sumas y restas de fracciones algebraicas.

5. MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Dadas dos fracciones algebraicas $\frac{p(x)}{q(x)}$, $\frac{r(x)}{s(x)}$ se define la multiplicación o producto de estas como:

$$\frac{p(x)}{q(x)} \cdot \frac{r(x)}{s(x)} = \frac{p(x) \cdot r(x)}{q(x) \cdot s(x)}.$$

Como resultado de la multiplicación deberemos dar una fracción irreducible. Para ello, resultará más sencillo, en lugar de realizar los productos que aparecen en el numerador y denominador del resultado y factorizar estos, factorizar cada uno de los factores que aparecen en el numerador y denominador, simplificando entonces a partir de ello.

6. DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Dadas dos fracciones algebraicas $\frac{p(x)}{q(x)}$, $\frac{r(x)}{s(x)}$ se define la división de estas como:

$$\frac{p(x)}{q(x)} : \frac{r(x)}{s(x)} = \frac{p(x) \cdot s(x)}{q(x) \cdot r(x)}.$$

Como resultado de la división deberemos dar una fracción irreducible. Para ello, resultará más sencillo, en lugar de realizar los productos que aparecen en el numerador y denominador del resultado y factorizar estos, factorizar cada uno de los factores que aparecen en el numerador y denominador, simplificando entonces a partir de ello.

7. OPERACIONES COMBINADAS DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Cuando tenemos operaciones combinadas de fracciones algebraicas, primero se realizan los paréntesis y corchetes.

Además, se establece la siguiente prioridad:

1. Primero realizaremos las multiplicaciones y divisiones.
2. Después las sumas y restas.